12. Prakticheskoe zanjatie “Ocenka neobhodimogo kolichestva proverochnyh simvolov”

Оценить требуемое количество r проверочных символов для исправления c ошибок можно с помощью так называемых границ Плоткина и Варшамова-Гильберта. Если код – двоичный, то, согласно границе Плоткина [Липкин И.А. Основы статистической радиотехники, теории информации и кодирования. – М.: Сов. Радио, 1978. стр.191],

$$m = k + r \geq d_{\min}(2^k - 1) \big/ 2^{k-1} . \tag{2}$$

Пример № 1. Пусть, например, k=4 и c=1, то есть требуется исправлять одну ошибку в кодовом слове. Тогда $d_{\min}$=3, и согласно (2) $m = k + r \geq 3 \cdot 15 / 8 = 5{,}625$, откуда r≥5,625–4=1,625. Выберем, например, m=7, r=3, k=4, то есть код (7,4).

Пример № 2. Пусть k=4 и c=2, то есть требуется исправлять две ошибки в кодовом слове. Тогда $d_{\min}$=5, и согласно (2) $m = k + r \geq 5 \cdot 15 / 8 = 9{,}375$, откуда r≥9,375–4=5,375. Выберем, например, m=11, r=7. k=4, r=7,то есть код (11,4).

По Варшамову-Гильберту [там же] $2^r \geq 1 + \sum\limits_{i=1}^{d_{\min}-2} C_{m-1}^{i}$;

$$\log_2\left(C_{m-1}^{2c-1} + C_{m-1}^{2c-2} + \ldots + 1\right) > r > \log_2\left(C_m^c + C_m^{c-1} + \ldots + 1\right).$$

Например, при c=1 $r \geq 1 + \log_2(m+1)$, при c=2 $r \geq \log_2\left(C_m^2 + C_m^1 + 1\right)$.